

# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Д. Лахно, Гидродинамическая теория  $s-f$ -обменного усиления спиновых волн электронным дрейфом в антиферромагнетиках, *Физика твердого тела*, 1987, том 29, выпуск 9, 2781–2786

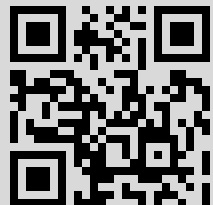
Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 217.26.18.36

21 марта 2022 г., 22:35:02



УДК 537.311.33 : 621.382.029.6

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ s—f-ОБМЕННОГО УСИЛЕНИЯ СПИНОВЫХ ВОЛН ЭЛЕКТРОННЫМ ДРЕЙФОМ В АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ

В. Д. Лахно

Развит последовательный макроскопический подход к описанию s—f-обменного усиления спиновых волн в магнитоупорядоченных кристаллах. Рассмотрено усиление спиновых волн электронным дрейфом в изотропных антиферромагнетиках при различных конфигурациях электрического и магнитного полей, а также явления, сопутствующие эффекту усиления.

На возможность осуществить усиление спиновых волн в магнитоупорядоченных кристаллах с помощью быстро движущихся электронов впервые было обращено внимание в работе [1]. Существенно, что в [1] рассматривался релятивистский механизм взаимодействия электронов с намагниченностью кристалла, требующий использования пучков заряженных частиц, движущихся с близкими к световым скоростями [2]. Релятивистский механизм рассматривался в большом числе последующих работ. Так, например, для магнитных полупроводников этот механизм рассматривался в [3, 4]. Препятствием для реализации усиления в этом случае является малость отношения  $v_s^2/c^2$  ( $v_s$  — фазовая скорость спиновых волн,  $c$  — скорость света) в выражении для инкремента усиления спиновых волн.

Между тем хорошо известно, что в магнитоупорядоченных кристаллах имеется сильное s—f-обменное взаимодействие электронов проводимости с намагниченностью, которое при выполнении условия  $v_0 > v_s$  ( $v_0$  — скорость дрейфа электронов) может приводить к величине усиления на несколько порядков больше, чем в случае релятивистского механизма. Согласно [5], для кристаллов с антиферромагнитным (АФ) порядком, в которых s—f-обменный механизм усиления разрешен законом сохранения момента, величина усиления в 4–5 порядков превосходит значения, обусловленные релятивистским взаимодействием. К сожалению, использованный в [5] микроскопический подход, справедливый при выполнении условия  $kl \gg 1$  (где  $k$  — волновой вектор спиновой волны,  $l$  — длина пробега электрона), как правило, не выполняется для реальных кристаллов. Имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные по подвижности носителей тока в магнитоупорядоченных кристаллах (как правило,  $\mu \leq 10^2$  см<sup>2</sup>/В·с [6]) приводят к выводу, что в большинстве кристаллов с магнитным порядком должен выполняться противоположный предельный случай:  $kl \ll 1$ . В настоящей работе дается последовательное описание усиления спиновых волн в АФ электронным дрейфом, основанное на макроскопическом гидродинамическом подходе, асимптотически точным в пределе  $kl \ll 1$ . При этом в уравнения Ландау—Лифшица для намагниченности помимо эффективного поля, имеющегося в кристалле в отсутствие носителей тока, добавляется эффективное поле, обусловленное s—f-обме-

ном. В такой постановке развиваемый ниже подход может служить основой для описания процессов, в которых оказывается принципиально-важным классическое описание  $s$ - $f$ -обменного взаимодействия.

### 1. Уравнения Ландау—Лифшица для антиферромагнетика с учетом $s$ - $f$ -обмена.

В макроскопическом подходе движение намагниченностей подрешеток АФ  $M_1$  и  $M_2$  описывается уравнениями Ландау—Лифшица

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_1}{\partial t} &= g [M_1 \times \tilde{H}_1], \\ \frac{\partial M_2}{\partial t} &= g [M_2 \times \tilde{H}_2]. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $g = 2\mu_0/\hbar$ ,  $\mu_0 = e\hbar/2m_0c$  — магнетон Бора, и  $\tilde{H}_1$ ,  $\tilde{H}_2$  — эффективные магнитные поля, действующие на первую и вторую подрешетку соответственно. С учетом электронов проводимости их вид определяется вариациями функционала полной энергии АФ Ф по намагниченностям подрешеток

$$\tilde{H}_1 = -\delta\Phi/\delta M_1, \quad \tilde{H}_2 = -\delta\Phi/\delta M_2, \quad (2)$$

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_1, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Phi_0 = & \int \delta_0 M_1 M_2 d^3r + \int \alpha_{12} \frac{\partial M_1}{\partial x_i} \frac{\partial M_2}{\partial x_i} d^3r - \frac{1}{2} \int \mathbf{H}^{(m)} (M_1 + M_2) d^3r - \\ & - \int \mathbf{H} (M_1 + M_2) d^3r + \frac{1}{2} \alpha \int \left( \frac{\partial M_1}{\partial x_i} \frac{\partial M_1}{\partial x_k} + \frac{\partial M_2}{\partial x_i} \frac{\partial M_2}{\partial x_k} \right) d^3r, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\Phi_1 = -A_s \int (M_1^z + M_2^z) n(r) d^3r. \quad (5)$$

$\Phi_0$  отвечает энергии АФ в отсутствие электронов проводимости;  $\delta_0$ ,  $\alpha$ ,  $\alpha_{12}$  — феноменологические константы;  $\mathbf{H}^{(m)}$  — магнитное поле, созданное намагниченностью АФ;  $\mathbf{H}$  — внешнее магнитное поле.  $\Phi_1$  описывает взаимодействие электронов проводимости с намагниченностью АФ;  $A_s = Aa^3/4\mu_0$ , где  $A$  — константа  $s$ - $f$ -обмена,  $a$  — постоянная решетки;  $n(r)$  — концентрация носителей тока в зоне проводимости АФ.

Выражение (5) отвечает случаю, когда все электроны считаются поляризованными по спину, т. е. считается, что выполнено условие  $\frac{1}{2} A \times (S_1^z + S_2^z) > \epsilon$ ,  $\epsilon = \epsilon_F$  — энергия Ферми для вырожденного газа и  $\epsilon = k_B T$  для невырожденного газа электронов,  $S$  — спин магнитного атома.

Из (1)—(5) следует, что уравнения Ландау—Лифшица с учетом  $s$ - $f$ -обмена принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_1}{\partial t} &= g [M_1 \times \tilde{H}_1] + g [M_1 \times A_s n(r) l_z], \\ \frac{\partial M_2}{\partial t} &= g [M_2 \times \tilde{H}_2] + g [M_2 \times A_s n(r) l_z], \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $l_z$  — единичный вектор, направленный вдоль оси  $z$ . Из (6) следует, что  $s$ - $f$ -обменный вклад можно рассматривать как добавочное магнитное поле с заменой в уравнениях (1)  $\tilde{H}$  на  $\tilde{H} + A_s n(r, t) l_z$ . Линеаризация добавочных членов в (6) вблизи равновесных значений намагниченности и концентрации приводит к соотношению

$$g [M_1 \times A_s n(r) l_z] = g [M_{10} \times A_s n_0 l_z] + g [M_{10} \times A_s n_1 l_z] + g [m_1 \times A_s n_0 l_z], \quad (7)$$

где  $m_1(r, t)$ ,  $n_1(r, t)$  — неравновесные добавки намагниченности и концентрации к их равновесным значениям  $M_{10}$ ,  $M_{20}$ ,  $n_0$ . Из (6), (7) следует, что первый член в правой части (7) дает вклад в величину равновесного магнитного поля

$$\tilde{H}_1^0 = -\delta_0 (M_{10} + M_{20}) + \mathbf{H} + g A_s n_0 l_z.$$

Последний член в правой части (7) приводит лишь к перенормировке магнитных частот. С учетом этих замечаний в линеаризованных уравне-

ниях Ландау—Лифшица следует сохранить лишь второй член в правой части (7), проводя при этом соответствующие перенормировки частот и поля.

Из вида второго члена в (7)

$$g [\mathbf{M}_{10} \times A_s n' \mathbf{I}_z] \quad (7a)$$

следует, что он тождественно обращается в нуль в случае ферромагнетика (ФМ), поскольку в ФМ  $\mathbf{M}_{10} = \mathbf{M}_0 \parallel \mathbf{I}_z$  и в случае АФ в поле  $H > H_c$ ,  $H_c$  — поле схлопывания подрешеток. Согласно [5], это обстоятельство является следствием закона сохранения полного числа магнонов при ФМ упорядочении при  $T=0$ . С учетом сделанных замечаний система уравнений (6), записанная для Фурье-компонент поля и концентрации, принимает вид

$$\left. \begin{aligned} -i\omega \mathbf{m}_1 &= g (\mathbf{M}_{10} \times [\mathbf{h} + A_s n' \mathbf{I}_z - (\delta_0 + \alpha k^2) \mathbf{m}_1 - (\delta_0 + \alpha_{12} k^2) \mathbf{m}_2]), \\ -i\omega \mathbf{m}_2 &= g (\mathbf{M}_{20} \times [\mathbf{h} + A_s n' \mathbf{I}_z - (\delta_0 + \alpha k^2) \mathbf{m}_2 - (\delta_0 + \alpha_{12} k^2) \mathbf{m}_1]). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

## 2. Магнитная восприимчивость

При макроскопическом описании  $s$ — $f$ -обменного взаимодействия электронов проводимости со спиновой волной будем исходить из того, что при распространении спиновой волны по кристаллу вдоль оси  $z$  на электрон действует сила

$$-\partial/\partial z (\mathcal{H}_{\text{int}}),$$

где  $\mathcal{H}_{\text{int}}$  — гамильтониан  $s$ — $f$ -обменного взаимодействия. Эта сила может рассматриваться как сторонняя (или электродвижущая сила), которой в соответствии с (5) можно сопоставить напряженность поля сторонних сил

$$\mathcal{E}_z = -\frac{A_s}{e} \left( \frac{\partial M_1^z}{\partial z} + \frac{\partial M_2^z}{\partial z} \right), \quad (9)$$

где  $e$  — заряд электрона. В результате для электростатической индукции  $D$  получим

$$D_z = \varepsilon E_z + \frac{A_s \varepsilon}{e} \left( \frac{\partial M_1^z}{\partial z} + \frac{\partial M_2^z}{\partial z} \right), \quad (10)$$

где  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость. Для получения замкнутой системы уравнений следует дополнить соотношения (9), (10) уравнениями Максвелла и гидродинамики для электронной жидкости в среде

$$\text{rot } \mathbf{H}^{(m)} = 0, \quad (11)$$

$$\text{div } \mathbf{H}^{(m)} = -4\pi \text{div } (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2), \quad (12)$$

$$\text{div } \mathbf{D} = -en_1, \quad (13)$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left( -\frac{e}{m} \right) (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \mathbf{v} \mathbf{v} + \left( \frac{T}{m} \right) \frac{1}{\rho} \nabla_r \rho, \quad (14)$$

$$\text{div } \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad (15)$$

где  $\rho = -en$ ,  $\mathbf{j} = -\rho \mathbf{v}$  — плотность заряда и ток соответственно. Здесь уравнения (11), (12) описывают колебания намагниченности в магнито-статическом приближении. Уравнение (13) связывает индукцию (10) с отклонением плотности электронов от равновесного значения. Уравнение (14) представляет уравнение для скорости дрейфа электронов в магнитном поле с учетом столкновений ( $\nu$  — частота столкновений электронов) и вклада тензора внутреннего давления (последний член в правой части (14)). Уравнение непрерывности (15) замыкает систему уравнений (9), (10) и (11)—(15). Переходя в (11)—(15) к Фурье-компонентам для намагни-

ченности, концентрации и скорости из (9), (10) и (13)—(15), для отклонения электронной плотности от равновесного значения, получим

$$n'(k, \omega) = A_s n_0 \frac{k^2 (m_1(k, \omega) + m_2(k, \omega))}{\nu \omega_R + (\omega - kv_0) \mathcal{K}(\omega, k)}, \quad (16)$$

$$\mathcal{K}(\omega, k) = kv_0 - \omega - i\nu + \frac{D\nu k^2}{\omega - kv_0} + \frac{\omega_c^2 \sin^2 \theta (kv_0 - \omega - i\nu)}{\omega_c^2 \cos^2 \theta - (kv_0 - \omega - i\nu)^2}, \quad (17)$$

где  $\theta$  — угол между направлением магнитного поля и скорости дрейфа электронов,  $D$  — коэффициент диффузии электронов:  $D = k_B T / m\nu$ ,  $\omega_c = eH/mc$  — циклотронная частота,  $\omega_{II} = e^2 n_0 / \epsilon \nu m$  — частота диэлектрической релаксации электронов. Подставляя (16) в уравнения Ландау—Лифшица (8), находим выражения для компонент обобщенной восприимчивости АФ с учетом  $s$ - $f$ -обмена

$$\left. \begin{aligned} \chi_{xx} &= \frac{\omega_+^2}{\omega_+^2 - \omega^2} \chi_0, & \chi_{yy} &= \chi_0 \frac{\omega_+^2 + \omega_-^2}{\omega_+^2 - \omega_-^2}, \\ \chi_{xz} &= \chi_0 \frac{\omega_-^2}{\omega_-^2 - \omega^2 + 2FG}, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \chi_{xy} &= - \frac{i(\omega)_+}{\omega_+^2 - \omega^2} \chi_0 - \chi_0^2 F_1 \frac{i\omega_+ \omega_-^2 \omega}{(\omega_+^2 - \omega^2)(\omega_-^2 - \omega^2 + 2FG)}, \\ F &= gM_0 \sqrt{1 - H^2/H_c^2} F_1, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$F_1 = \frac{k^2 A_s n_0 / m}{\nu \omega_R + (\omega - kv_0) \mathcal{K}(\omega, k)},$$

$$\omega_+^2 = (gH)^2, \quad \chi_0 = 1/\delta_0, \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_-^2 &= (gM_0)^2 2\delta_0 (\alpha - \alpha_{12}) k^2 (1 - H^2/H_c^2), \\ G &= (\alpha_{12} - \alpha) k^2 (gM_0) \sqrt{1 - H^2/H_c^2}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Формулы (18)—(21) полностью определяют тензор магнитной восприимчивости изотропного АФ при наличии электронного дрейфа. Тензор высокочастотной магнитной восприимчивости  $\hat{\chi}(k, \omega)$  является одной из наиболее фундаментальных величин, определяющий спектр спиновых волн в кристалле, среднее значение и корреляционные функции магнитного момента, рассеяние света и нейтронов на спиновых волнах и т. д. Ниже полученные результаты применяются для исследования влияния электронного дрейфа на спектр спиновых волн.

### 3. Усиление спиновых волн

Из (11), (12) следует, что спектр спиновых волн определяется из дисперсионного уравнения

$$k^2 + 4\pi k_i k_j \chi_{ij}(k, \omega) = 0. \quad (22)$$

С использованием (18), (22) получим следующее дисперсионное уравнение для намагниченности с учетом  $s$ - $f$ -обмена

$$(\omega_+^2 - \omega^2) [(\omega_-^2 - \omega^2) + 2FG] = 0. \quad (23)$$

Из (23) следует, что влияние  $s$ - $f$ -обмена на оптическую ветвь сводится лишь к перенормировке частоты (§ 1) и не дает вклада в затухание. Ранее этот результат был получен из микроскопического подхода [5].

Рассмотрим случай, когда магнитное поле направлено вдоль скорости дрейфа носителей тока. С использованием (21), (19), (17) из (23) получим

$$(\omega^2 - \nu_s^2 k^2) (\nu \omega_R + (\omega - kv_0) (kv_0 - \omega - i\nu) + D\nu k^2) = -A k^4 \nu_s \nu, \quad (24)$$

$$A = gM_0 \sqrt{1 - H^2/H_c^2} \omega_R (\epsilon/e) A_s^2 \sqrt{(\alpha - \alpha_{12})/2\delta_0},$$

$$\nu_s = gM_0 \sqrt{2\delta_0 (\alpha - \alpha_{12}) (1 - H^2/H_c^2)},$$

$v_s$  — фазовая скорость спиновых волн для ветви  $\omega_-$ . Полученное уравнение (24) является асимптотически точным лишь в пределе частых столкновений  $\nu \gg \omega$ ,  $\omega - kv_0$ , т. е. в случае, когда справедливо гидродинамическое описание, используемое в рассматриваемом подходе. В пределе частых столкновений из (24) получим

$$(\omega^2 - k^2 v_s^2)(\omega_R - i(\omega - kv_0 + iDk^2)) = -\bar{A}k^4 v_s. \quad (25)$$

Полагая

$$(kv_s/\omega) = 1 + i\alpha(\omega), \quad \alpha(\omega) \ll 1, \quad (26)$$

получим из (25), (26) для величины затухания спиновых волн следующее выражение

$$\operatorname{Re} \alpha(\omega) = -\frac{1}{2} \frac{\bar{A}\omega\gamma/v_s^3}{\left(\frac{\omega_R}{\omega}\right)^2 \left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_R\omega_D}\right)^2 + \gamma^2}, \quad (27)$$

где  $\gamma = (v_0/v_s - 1)$ ,  $\omega_D = v_s^2/D$  — диффузионная частота.

Из (27) следует, что при  $v_0 \geq v_s$  затухание спиновых волн сменяется усилением. Выражение (27) аналогично полученному ранее для усиления звука [4]. При фиксированной частоте максимум коэффициента усиления достигается при скорости

$$v^{\max} = v_s (1 + \omega_R/\omega + \omega/\omega_D), \quad (28)$$

$$\alpha^{\max}(\omega) \sim \omega^3 a^3 Q / v_s^3 (1 + \omega^2/\omega_R\omega_D), \quad (29)$$

$$Q = A^2 S \varepsilon a \sqrt{1 - H^2/H_c^2} / 32e^2 \hbar \omega. \quad (30)$$

Оценка максимума усиления (29), (30) для АФ с параметрами  $A=0.5$  эВ,  $S=2$ ,  $\omega \approx 10^{11}$  с<sup>-1</sup>,  $\varepsilon=20$ ,  $a=3 \cdot 10^{-8}$  см и  $\omega^2 \sim \omega_R\omega_D$  дает величину  $\alpha \sim 0.1$  и заведомо на несколько порядков превышает возможную величину затухания спиновых волн в кристаллах с магнитным порядком.

В случае, когда магнитное поле направлено под углом  $\theta$  к электрическому, в формулах (27)–(29) следует заменить  $\omega_R$  и  $\omega_D$  на  $\omega'_R = \omega_R/\xi$ ,  $\omega'_D = \omega_D\xi$ , где

$$\xi = (1 + \omega_c^2/\nu^2)/(1 + \omega_c^2 \cos^2 \theta/\nu^2). \quad (31)$$

В частности, для перпендикулярного поля  $\xi=1 + \omega_c^2/\nu^2$ . В этом случае магнитное поле играет двойную роль: при  $\omega_c/\nu \gg 1$  скорость дрейфа вообще не зависит от подвижности и равна

$$v_0 = c [E \times H] / H_0^2.$$

Другое важное отличие состоит в том, что в случае поперечного поля уменьшается величина  $v^{\max}$  (28), при которой коэффициент усиления достигает максимума, что облегчает экспериментальное наблюдение эффекта.

#### 4. Заключительные замечания

Одним из наиболее жестких условий реализации эффектов увлечения и усиления объемных спиновых волн электронным дрейфом в АФ является выполнение черенковского условия. Поэтому особый интерес представляют эффекты, связанные с идентификацией взаимодействия электронов и спиновых волн, для которых выполнение черенковского условия не является необходимым [7]. Одним из таких эффектов является обратный к рассмотренным выше эффектам увлечения спиновой волной носителей тока. В обычных немагнитных кристаллах радиоэлектрический эффект в силу малой величины требует для своего наблюдения достаточно мощных источников излучения. Совершенно иной оказывается ситуация в магнитоупорядоченных кристаллах, где основной вклад в эффект вносит увлечение носителей спиновой волной, возбуждаемой в нем внешней электромагнитной волной. Величину эффекта в АФ можно оценить из условия

баланса между переданным волной импульсом носителем тока и возникающим при этом электрическим полем  $E$

$$E = (W/nev_s) \operatorname{Im}k, \quad (32)$$

где  $W$  — плотность потока энергии, переносимой спиновой волной. Согласно результатам раздела 3, коэффициент поглощения спиновых волн  $\operatorname{Im}k/k$  в АФ с  $n \approx 10^{15} \div 10^{16} \text{ см}^{-3}$  может достигать значений  $\sim 10^{-2} \div 10^{-1}$ , т. е. на три-четыре порядка превосходить электронный вклад в декремент поглощения спиновых волн для ФМ. Полагая  $W=1 \text{ Вт/см}^2$ ,  $n=10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $v_s=10^5 \text{ см/с}$ ,  $\operatorname{Im}k \sim 10 \text{ см}^{-1}$  находим из (32) для напряженности возникающего поля  $E \sim 0.1 \text{ В/см}$ . Как отмечено выше, принципиальное упрощение условий наблюдения радиоэлектрического эффекта по сравнению с реализацией эффекта усиления состоит в отсутствие необходимости создавать дрейфовые потоки носителей в образце. Можно надеяться, что это обстоятельство поможет преодолеть материаловедческие трудности, стоящие в настоящее время на пути реализации эффекта усиления спиновых волн в АФ.

#### Л и т е р а т у р а

- [1] Ахиезер А., Барьяхтар В., Пелетминский С. ЖЭТФ, 1963, т. 45, № 2 (8), с. 337—343.
- [2] Ахиезер А., Барьяхтар В., Пелетминский С. Спиновые волны, М.: Наука, 1967. 368 с.
- [3] Махмудов З. З., Барьяхтар В. Г. ФТТ, 1965, т. 7, № 7, с. 2082—2087.
- [4] Стил М., Вюраль Б. Взаимодействие волн в плазме твердого тела, М.: Атомиздат, 1973. 247 с.
- [5] Лахно В. Д. ФТТ, 1984, т. 26, № 8, с. 2547—2548; 1985, т. 27, № 10, с. 2920—2925.
- [6] Shapiro Y., Foner S., Oliveira N. F. Phys. Rev. B, 1972, vol. 5, N 7, p. 2647—2657.
- [7] Лахно В. Д. Препринт ОНТИ НЦБИ АН СССР, Пушино, 1986.

Научно-исследовательский  
вычислительный центр АН СССР  
Пушино  
Московская обл.

Поступило в Редакцию  
13 января 1987 г.  
В окончательной редакции  
5 мая 1987 г.