ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК

Т. 61, № 9 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1997

УДК 531.31

 В.Д. ЛАХНО

КЛАСТЕРНАЯ МОДЕЛЬ САМОСОГЛАСОВАННЫХ НУКЛОННЫХ СОСТОЯНИЙ В ЯДРЕ

Построена самосогласованная кластерная модель нуклонных состояний в ядерной среде. Найдено численное решение нелинейного уравнения Шредингера для нуклона в самосогласованном поле, отвечающее основному состоянию. Рассчитанная энергия близка к энергии связи нуклонов в ядре.

Введение

В настоящее время отсутствует последовательное описание нуклонных состояний в ядре. Основную трудность для построения такой теории представляет многочастичность задачи, в которой взаимодействие между частицами не мало. Имея дело с такими сложными объектами, как атомные ядра, представляется малоперспективной задача вывести их свойства из первых принципов квантовой хромодинамики (КХД). Фактически взаимодействие между нуклонами в ядре также неизвестно и в современных моделях ядра используется тот или иной модельный потенциал. Недостатком такого подхода является обычно большое число свободных параметров, значения которых фиксируются в результате простой подгонки теоретических расчетов под экспериментальные данные. Широко также используются модели однобозонного обмена, где в промежуточном состоянии учитываются различные мезоны [1]. Недостатком такого подхода является использование теории возмущений в области больших констант связи.

В последнее время предпринимаются попытки такого описания, при котором частица "одевается" автоматически в результате взаимодействия с окружающим квантовым полем [2]. Трудности таких теорий обычно связаны с необходимостью с самого начала оперировать понятиями, существенно отличными от теории свободных полей.

Сегодня ни у кого не вызывает сомнения, что простейшее представление об атомном ядре как о простой сумме нуклонов недостаточно для описания большинства ядерных эффектов. Многочисленные экспериментальные данные по рассеянию свидетельствовали о необходимости усложнения физической картины структуры ядра.

В последние десятилетия большой популярностью пользовались подходы, в которых предполагалось, что наряду с нуклонной модой в ядре при определенных условиях могут реализоваться более сложные конфигурации, влияние которых проявляется в измеряемых спектрах реакций. Примером является учет возможности образования нуклонных кластеров или нуклонных ассоциаций [3]. Главным недостатком такого подхода является то, что величина кластерной примеси извлекается феноменологически.

В предлагаемом подходе ядерная материя рассматривается как непрерывная среда, в которой учет многочастичных сил достигается за счет представления о том, что нуклоны в среде не распределены равномерно, а образуют динамические кластеры. Рассматриваемая ниже модель аналогична представлению об автолокализованных или поляронных состояниях в конденсированных средах. Фактически нуклон в ядре рассматривается как частица, окруженная облаком других нуклонов, в результате чего плотность нуклонов вблизи рассматриваемого нуклона возрастает, создавая тем самым потенциальную яму для нуклона, в которую он может захватиться и поддерживать распределение нуклонов в облаке своей локализацией в нем.

Построение самосогласованной теории сильных взаимодействий до сих пор являются актуальной проблемой. Такая теория должна прежде всего отражать мезонную природу ядерных сил. Первая мезонная теория Юкавы, основанная на представлении о существовании одного сорта нуклонов, позволила качественно описать притяжение на больших расстояниях, но не могла удовлетворительно объяснить многие характерные особенности ядерных взаимодействий. Рассматриваемый ниже подход дает правильной порядок величин энергий связи и энергий возбуждения нуклонов в ядре и не требует введения феноменологических параметров. К достоинствам такого подхода относится также возможность исследования свойств ядерной среды при ненулевых температурах, которые реализуются, например, в столкновениях тяжелых ионов. При нулевых температурах существование кластеров может играть важную роль при фазовых переходах между состояниями с различной нуклонной плотностью.

1. Уравнения для нуклонов в ядерной среде

Для введения представления об автолокализованном состоянии нуклона рассмотрим простейший случай непрерывной безграничной ядерной среды, в которую помещен нуклон, рассматриваемый как пробная частица. В отсутствие взаимодействия нуклона со средой он будет распределен в пространстве с равной вероятностью в каждой точке среды. В результате взаимодействия нуклона со средой возникает перераспределение плотности нуклонов в среде, что приводит к возникновению дополнительного потенциала φ, создаваемого нуклонами среды. В итоге движение пробного нуклона будет происходить в потенциале φ и может быть описано уравнением Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m_A}\Delta\psi_A + (g\varphi - W)\psi_A = 0, \qquad (1)$$

где ψ_A – волновая функция нуклона, m_A – масса нуклона, g – константа связи, W – энергия нуклона. В рассматриваемом в этом разделе простейшем случае скалярного мезонного поля потенциал φ, создаваемый перераспределением нуклонной плотности, определяется уравнением

$$\Delta\varphi - K_A^2\varphi = 4\pi g(\rho - \rho_0), \qquad (2)$$

где ρ_0 – плотность нуклонов в отсутствие пробной частицы, K_A^{-1} – радиус действия юкавского потенциала, равный

$$K_A = mc/\hbar, \qquad (3)$$

m – масса промежуточной частицы.

Равновесное распределение плотности нуклонов $\rho_0(\mu)$ полностью определяется заданием химического потенциала нуклонов μ. В присутствии дополнительного нуклона новое распределение плотности $\rho(\tilde{\mu})$ определяется химическим потенциалом $\tilde{\mu}$, связанным с μ соотношением

$$\tilde{\mu} = \mu - g(\varphi + \varphi_A), \qquad (4)$$

где φ_A – потенциал, создаваемый пробным нуклоном. Уравнение для мезонного поля φ_A, создаваемого пробным нуклоном, имеет вид

$$\Delta\varphi_A - K_A^2\varphi_A = 4\pi g|\psi_A|^2, \qquad (5)$$

где в правую часть входит распределение плотности вероятности пробного нуклона.

Если $\mu \gg g(\varphi + \varphi_A)$, то распределение нуклонной плотности ρ, вызванное пробным нуклоном, мало отличается от ρ_0, т.е.

$$\rho - \rho_0 = -\frac{\partial \rho_0}{\partial \mu} g(\varphi + \varphi_A). \tag{6}$$

Система уравнений (1)–(6) является самосогласованной: локализованный нуклон индуцирует такое поле φ, которое необходимо для удержания его в локализованном состоянии.

2. Число нуклонов в кластере

Представляет интерес обсудить следствия, к которым приводит самосогласованная модель нуклона в ядерной среде. Ниже будет показано, что система (1)–(6) имеет решения, отвечающие автолокализованному состоянию нуклона. Оценим эффективное число нуклонов N в кластере, приводящем к локализации нуклона в безграничной среде. Определим N из соотношения

$$N = \frac{1}{m_A} \int (\rho - \rho_0) dv\,. \tag{7}$$

В приближении линеаризации (6) получим

$$N = -\frac{g}{m_A} \frac{\partial \rho_0}{\partial \mu} \int (\varphi + \varphi_A) dv\,. \tag{8}$$

Из соотношений (2), (5) и (6) вытекает, что

$$\varphi + \varphi_A = -g \int \frac{|\psi_A(\vec{r}\,')|^2}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} \exp[-\lambda |\vec{r} - \vec{r}\,'|] dv\,', \tag{9}$$

$$\lambda = \sqrt{K_A^2 - \varkappa^2}, \quad \varkappa^2 = 4\pi g^2 \frac{\partial \rho_0}{\partial \mu}.$$

Подставляя (9) в (8) и проводя интегрирования по v и v', получим

$$N = \frac{1}{m_A} \frac{\partial \rho_0}{\partial \mu} g^2 \frac{1}{\lambda^2}. \tag{10}$$

Для оценки числа нуклонов N воспользуемся простейшей моделью ферми-газа, согласно которой

$$\mu = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{2} \frac{\hbar^2 \rho_0^{2/3}}{m_A}. \tag{11}$$

В результате для N получим

$$N = \frac{3}{2} \frac{g^2}{\hbar c} \frac{\hbar c \lambda}{\mu} \frac{n_0}{\lambda^3}. \tag{12}$$

Для численной оценки N выберем массу промежуточной частицы, равной массе π-мезона, $m \approx 140$ МэВ, плотность нуклонов $n = 0{,}4 \cdot 10^{38}$ см$^{-3}$. Точное значение константы связи в ядре неизвестно. Разумные значения лежат в диапазоне $1 < g^2 / \hbar c < 17$. Выбирая $g^2 / \hbar c = 8{,}7$, получим из (12) $N \approx 12{,}6$. Полученная оценка подтверждает разумность использованного во введенной модели статистического подхода, когда потенциал, в котором движется нуклон, определяется усредненным распределением нуклонной плотности.

3. Результаты численного исследования уравнений для нуклона

Полагая $\varphi_1 = -\varphi - \varphi_A$ и $\varphi_2 = -\varphi_A$, представим систему уравнений (1), (2), (5) и (6) в виде

$$
\begin{aligned}
&-\frac{\hbar^2}{2m_A}\Delta\psi_A + g(\varphi_2 - \varphi_1)\psi_A - W\psi_A = 0,\\
&\Delta\varphi_1 - \lambda^2\varphi_1 = -4\pi g|\psi_A|^2,\\
&\Delta\varphi_2 - K_A^2\varphi_2 = -4\pi g|\psi_A|^2.
\end{aligned}
\tag{13}
$$

В дальнейшем будем рассматривать только сферически-симметричные решения системы (13). С использованием масштабных преобразований

$$
r\psi_A(r) = \frac{\xi(x)}{2g\sqrt{4\pi/|W|}}, \quad r\varphi_1(r) = \frac{\hbar\eta_1(x)}{g\sqrt{2m_A/|W|}}, \tag{14}
$$

$$
r\varphi_2(A) = \frac{\hbar\eta_2(x)}{g\sqrt{2m_A/|W|}}, \quad (r) = \frac{\hbar(x)}{\sqrt{2m_A|W|}}
$$

получим в сферически-симметричном случае следующую систему нелинейных уравнений в безразмерных переменных:

$$
\begin{aligned}
&\xi'' - \xi + \frac{1}{x}(\eta_1 - \eta_2)\xi = 0,\\
&\eta_1'' - b^2\eta_1 + \frac{1}{x}\xi^2 = 0,\\
&\eta_2'' - a^2\eta_2 + \frac{1}{x}\xi^2 = 0
\end{aligned}
\tag{15}
$$

с граничными условиями

$$
\xi(0) = \xi(\infty) = \eta_1(0) = \eta_1'(\infty) = \eta_2(0) = \eta_2(\infty) = 0, \tag{16}
$$

где

$$
a = \frac{\hbar^2}{2m_A}K_A\frac{\Gamma}{g^2}, \quad b = \frac{\hbar^2}{2m_A}\lambda\frac{\Gamma}{g^2}, \tag{17}
$$

$$
\Gamma = \int_0^\infty \xi^2(x)dx. \tag{18}
$$

Из условия нормировки волновой функции нуклона с использованием соотношений (14) получим следующее выражение для энергии нуклона:

$$
W = -\frac{1}{\Gamma^2}\left(\frac{g^2}{\hbar c}\right)2m_A c^2. \tag{19}
$$

Таким образом, вопрос об энергии сводится к решению системы уравнений (15), (16) и вычислению величины Γ. В таблице приведены численные значения Γ, а также величин

$$
T = \int_0^\infty \xi'^2(x)dx, \quad Q = \int_0^\infty \xi^2 x dx, \tag{20}
$$

полученных в результате численного интегрирования уравнений (15), (16).

α	β	Γ	T	Q
0,00679	0,00000	14,7	1,32	67,1
0,00682	0,00004	14,8	1,32	67,2
0,00685	0,00013	14,9	1,36	67,3
0,00692	0,00029	15,1	1,41	67,5
0,00707	0,00061	15,5	1,50	67,8
0,00733	0,00119	16,3	1,72	68,4
0,00781	0,00218	17,8	2,19	69,4
0,00856	0,00372	20,7	3,26	71,8
0,00955	0,00583	26,8	5,92	78,6
0,01035	0,00816	45,6	16,5	104
0,01007	0,00859	67,5	32,1	134
0,00879	0,00798	125	84,2	210

Примечания. $\alpha = a/\Gamma$, $\beta = b/\Gamma$.

Выбирая, как и в предыдущем разделе, массу промежуточной частицы, равной массе π-мезона, m = 140 МэВ, массу нуклона m_A = 930 МэВ, безразмерную константу связи $(g^2 / \hbar c) = 8{,}7$ и плотность нуклонов $\rho_0 = 0{,}4 \cdot 10^{38}$ см$^{-3}$, получим $\alpha = a / \Gamma \approx 0{,}0088$, $\beta = b / \Gamma \approx 0{,}008$. Согласно приведенной таблице это соответствует $\Gamma = 125$. С использованием этих значений для энергии нуклона из (19) получим $W = -8{,}9$ МэВ. Таким образом, полученная оценка близка к значению энергии нуклона в ядре.

4. Эффективный радиус

Приведенные результаты позволяют дать оценку для эффективного радиуса самосогласованного нуклонного состояния

$$\langle r \rangle = \int r |\psi_A|^2 \, dv \, . \tag{21}$$

Подставляя в (21) соотношения (14) для эффективного радиуса, получим

$$\langle r \rangle = \frac{\hbar}{2 m_A c} \left(\frac{\hbar c}{g^2} \right) Q, \tag{22}$$

где величина Q определена выражением (20). Согласно таблице для значений $\alpha = a/\Gamma \approx 0{,}0088$ и $\beta = b/\Gamma \approx 0{,}008$, использованных выше для оценки энергии нуклона, получим $Q = 210$. С использованием этого значения для радиуса состояния нуклона получим $\langle r \rangle \approx 2{,}5$ фм.

5. Полная энергия нуклона

Самосогласованная система уравнений (1), (2), (5) и (6) может быть получена в результате минимизации функционала F:

$$F = \frac{\hbar^2}{2 m_A} \int |\nabla \psi_A|^2 \, dv - \frac{g^2}{2} \int \frac{|\psi_A(r)|^2 \, |\psi_A(r')|^2}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} \times$$

$$\times (\exp[-\lambda |\vec{r} - \vec{r}\,'|] - \exp[-K_A |\vec{r} - \vec{r}\,'|]) dv dv\,'. \tag{23}$$

В Приложении показано, что функционал (23) соответствует полной энергии нуклона E, рассматриваемого как пробная частица в нуклонном ферми-газе:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m_A}\int |\nabla\psi_A|^2\, dv + g\int |\psi_A|^2\, \varphi dv + \frac{1}{2} g\int (\rho - \rho_0)\varphi dv +$$

$$+ K\int (\rho(\tilde{\mu})^{5/3} - \rho_0(\mu)^{5/3})dv, \tag{24}$$

$$K = \frac{3\hbar^2}{10m_A}(3\pi^2)^{2/3}.$$

Согласно (24), полная энергия E такой частицы включает в себя кинетическую энергию, энергию взаимодействия нуклона с потенциалом φ, создаваемым окружающими его нуклонами, энергию поля, создаваемого нуклонами, изменение кинетической энергии нуклонов, возмущаемых пробным нуклоном.

С использованием соотношений (14) для полной энергии нуклона из (23) получим

$$E = |W|\frac{T - \Gamma}{2\Gamma}. \tag{25}$$

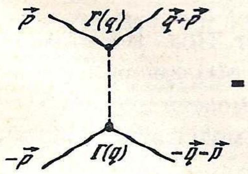
Выбирая те же значения параметров, что и при оценке энергии W, из таблицы получим $T = 84{,}2$, что приводит к значению полной энергии $E = -1{,}5$ МэВ.

6. Сравнение с другими подходами

В рассмотренном выше простейшем случае скалярного поля квантово-полевое выражение для нуклон-мезонного взаимодействия имеет вид [4]

$$H_{\text{int}} = \sum_q \frac{h}{\sqrt{2\omega_q v}} \exp[iqr](b_q + b^+_{-q}), \tag{26}$$

где b^+_q, b_q – операторы рождения и уничтожения квантов мезонного поля с энергией $\hbar\omega_q$. Основой для нахождения ядерных сил, вызываемых обменом каким-либо мезоном, является амплитуда одномезонного обмена, которая на теоретико-полевом языке описывается диаграммой.



$$= B(\vec{q}, \vec{p}) \approx \frac{\Gamma^2(q)}{q^2 + m^2}. \tag{27}$$

В случае (26) вершина взаимодействия является константой, т.е. $\Gamma(q) = g$. Вычисляя из борновской амплитуды потенциал

$$v\,(\vec{r},\ \vec{p}) = \int d^3q \exp[i\vec{q}\vec{r}]B(\vec{q},\ \vec{p}) \tag{28}$$

в нерелятивистском пределе $(\vec{p}^2 / m_A^2 \to 0)$, получим центральный потенциал Юкавы

$$v_c(r) = g^2 \frac{\exp[-rK_A]}{r}. \tag{29}$$

Одной из основных проблем при применении потенциала (29) для описания взаимодействия в ядре является его сингулярность на малых расстояниях, т.е. при больших импульсах передачи. По этой причине основным направлением развития феноменологического подхода к нуклон-нуклонному взаимодействию являлись попытки уменьшения сингулярности статических потенциалов на малых расстояниях. В теориях однобозонного обмена это достигалось с помощью введения в модель формфакторов нуклона по отношению к мезонным полям. Из экспериментов по N–N-рассеянию при очень больших энергиях известно, что эти формфакторы уменьшаются с ростом передаваемого импульса. Это означает, что в амплитуде одномезонного обмена вершины взаимодействия являются константами только при малых передачах импульса $\vec{q}$, в то время как при достаточно больших передачах $|\vec{q}| \to \infty$ взаимодействие стремится к нулю. Обычно полагают [5]

$$\Gamma^2(q) = g^2 G(q) = g^2 \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + q^2}. \tag{30}$$

Подставляя (30) в (28), вместо юкавского потенциала (4) получим регулярное в точке $r = 0$ выражение

$$v_c(r) = g^2 \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - K_A^2} \quad \frac{\exp[-K_A r] - \exp[-\lambda r]}{r}. \tag{31}$$

Для регуляризации потенциала используют и более сложные, чем (30), выражения для формфактора $G(q)$.

Полезно сравнить выражение (30) с использованным потенциалом φ. Из (2), (5) и (6) следует, что

$$\varphi = g \int \frac{|\psi_A(r')|^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} (\exp[-K_A |r - r'|] - \exp[-\lambda |r - r'|]). \tag{32}$$

Как и (31), потенциал (32) является регулярным в точке $r = 0$. В пределе точечной пробной частицы $|\psi_A(r')|^2 \to \delta(\vec{r}')$ потенциал (32) совпадает по структуре с (31). Таким образом, вводимый в феноменологических теориях "руками" формфактор получает физическое обоснование. Принципиальным отличием (32) от (31) является нелокальность и нелинейность самосогласованного потенциала (32).

7. Учет конечности ядра

В ядре ρ_0 является не константой, а функцией координат. Поле φ в этом случае индуцируется перераспределением неоднородной плотности $\rho(r)$ при внесении в ядро пробного нуклона, создающего поле φ_A. В статистической модели ядра [6] учет конечности ядра и неоднородности $\rho(r)$ достигается следующей модификацией функционала (24):

$$\tilde{E} = E + \mathcal{F}, \tag{33}$$

где E определяется (24), а $\mathcal{F}$ имеет вид

$$\mathcal{F}\{\rho\} = \int \mathcal{E}\{\rho(r)\} dv + \int \xi_1 \frac{\hbar^2}{8m_A} \frac{(\nabla\rho(r))^2}{\rho(r)} dv, \tag{34}$$

где $\mathcal{E}\{\rho(r)\}$ – некоторый функционал от $\rho(r)$, ξ_1 – константа, зависящая от выбора статистической модели ядра. Вариация функционала $\tilde{E}$ должна теперь осуществляться как по волновой функции ψ_A, так и по $\rho(r)$.

Минимизация функционала (34) по $\rho(r)$ для ряда модельных функционалов $\mathcal{E}(\rho)$ приводит к равновесному распределению плотности

$$\rho_0(r) = \rho_0 / (1 + \exp[(r - R_c)/b]), \qquad \rho_0 = \text{const}, \tag{35}$$

которое неплохо согласуется с опытными данными по распределению плотности в ядре. В этом случае в качестве простейшего обобщения уравнений для нуклонов в безграничной ядерной материи на случай конечного ядра могла бы служить система уравнений (13) с заменой $\varkappa$ на $\varkappa(r)$, где

$$\varkappa^2(r) = 4\pi g^2 \frac{\partial \rho_0}{\partial \mu} / (1 + \exp[(r - R_c) / b]). \tag{36}$$

8. Дальнейшее развитие теории

Построенная самосогласованная теория нуклонов приводит к характеристикам нуклонов, качественно согласующимся с их величинами в ядре. Дальнейшее сопоставление модели с экспериментальными данными связано с исследованием случая конечной ферми-системы нуклонов и включением в функционал полной энергии других типов взаимодействий: псевдоскалярных, спин-спиновых и т.д. Развитый подход может быть использован для описания нуклонных состояний в нейтронных звездах, например протонов в нейтронной среде [2].

Тесная идейная связь между теорией многих частиц в твердом теле и ядерной физикой позволяет успешно переносить работающие методы из одной области в другую. В частности, большой интерес представляет исследование аналогии между ядром и кластерами, составленными из атомов металла [7]. Дальнейшая разработка развиваемого подхода связана также с проведением большого объема вычислений с использованием суперкомпьютеров и методов параллельных вычислений.

Приложение

Доказательство равенства F и E. Поскольку в рассматриваемой модели уравнения для нуклона в ядре получаются из условия $\min F$, то с точностью до постоянной функционал F должен соответствовать полной энергии нуклона в ядерной среде. Для доказательства прежде всего покажем, что справедливо соотношение

$$g\int |\psi_A|^2 \varphi dv = g\int (\rho - \rho_0)\varphi_A dv. \tag{П1}$$

Учитывая, что $4\pi g(\rho - \rho_0) = \Delta\varphi - K_A^2\varphi$, получим

$$g\int (\rho - \rho_0)\varphi_A dv = \frac{1}{4\pi}\int (\Delta\varphi - K_A^2\varphi)\varphi_A dv = \frac{1}{4\pi}\int (\varphi\Delta\varphi - K_A^2\varphi\varphi_A) dv =$$

$$= \frac{1}{4\pi}\int [\varphi(K_A^2\varphi_A + 4\pi g|\psi_A|^2) - K_A^2\varphi\varphi_A] dv = g\int \varphi|\psi_A|^2 dv.$$

Таким образом, соотношение (П1) доказано. Введем величину

$$E_H = \frac{\hbar^2}{2m_A}\int |\nabla\psi_A|^2 dv + g\int |\psi_A|^2 \varphi dv + \frac{1}{2} g\int (\rho - \rho_0)\varphi dv. \tag{П2}$$

Учитывая (П1), представим E_H в виде

$$E_H = F + \frac{1}{2} g\int (\rho - \rho_0)(\varphi - \varphi_A) dv \tag{П3}$$

или с использованием (6) вместо (П3) получим

$$E_H = F - \frac{\varkappa^2}{8\pi}\int (\varphi + \varphi_A)^2 dv. \tag{П4}$$

Разлагая выражение для кинетической энергии нуклонов

$$T = K\int(\rho(\tilde{\mu})^{5/3} - \rho_0(\mu)^{5/3})dv \tag{П5}$$

в ряд по $\rho - \rho_0$

$$\rho(\tilde{\mu})^{5/3} = \rho_0(\mu)^{5/3} + \frac{5}{3}\rho_0^{2/3}(\rho - \rho_0) + \frac{1}{\rho_0^{1/3}}\ \frac{5}{9}(\rho - \rho_0)^2 + \ldots, \tag{П6}$$

где

$$\rho - \rho_0 = -g\frac{\partial\rho_0}{\partial\mu}(\varphi + \varphi_A),$$

для кинетической энергии получим

$$T = -\mu\frac{\partial\rho_0}{\partial\mu}\int g(\varphi + \varphi_A)dv + \frac{1}{6}\ \frac{1}{\rho_0^{1/3}}\ \frac{\hbar^2}{m_A}(3\pi^2)^{2/3}\times$$

$$\times\left(\frac{\partial\rho_0}{\partial\mu}\right)^2\int g(\varphi + \varphi_A)^2 dv, \tag{П7}$$

где

$$\mu = \frac{\hbar^2}{2m_A}(3\pi^2)^{2/3}\rho_0^{2/3}.$$

С учетом (9) для T из (П7) получим

$$T = \mu\frac{\varkappa^2}{\lambda^2} + \frac{\varkappa^2}{8\pi}\int(\varphi + \varphi_A)^2 dv. \tag{П8}$$

Принимая во внимание, что $E = E_H + T$ из (П4) и (П8), получим

$E = F + \mathrm{const}$,

что и требовалось доказать.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Эриксон Т., Вайзе В.* // Пионы и ядра. М.: Наука, 1991.
2. *Kutschera M., Wojeik W.* // Phys. Rev. C. 1993. V. 47. N 3. P. 1077.
3. *Вильдермут К., Тан Я.* // Единая теория ядра. М.: Мир, 1980.
4. *Лахно В.Д.* // ТМФ. 1994. Т. 100. № 3. С. 219.
5. *Бабиков В.В.* // Вопросы теории ядерных взаимодействий. Дубна: ОИЯИ, 1974.
6. *Wilets L.* // Rev. Mod. Phys. 1958. V. 30. N 2. P. 542.
7. *Heer W.* // Rev. Mod. Phys. 1993. V. 65. N 3. P. 611.

Институт математических проблем биологии
Российской академии наук, Пущино